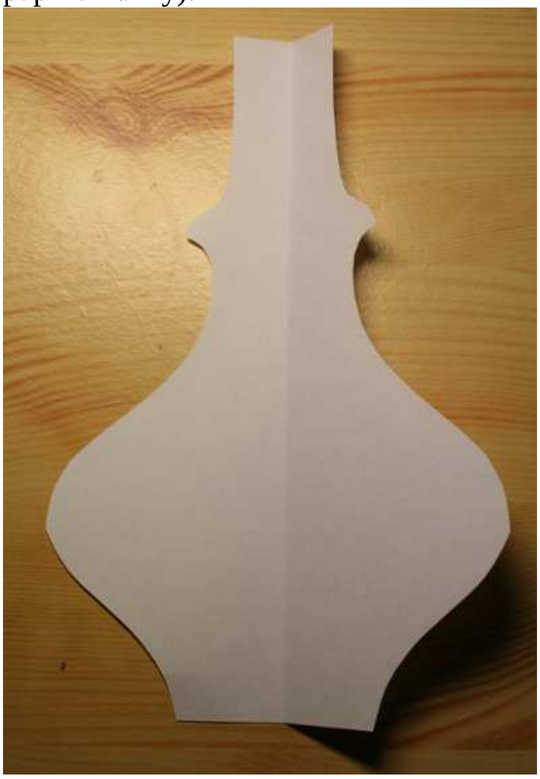
1.6.3 Osová souměrnost

Předpoklady: 010602

Pedagogická poznámka: Je třeba postupovat tak, aby se v hodině stihnul vypracovat a zkontrolovat bod 5 a).

Pedagogická poznámka: Hned u střídání vázy je třeba dát pozor. Naprostá většina dětí vázu udělá, ale může se objevit někdo, kdo si přeložení nevšimne a vyrobit ji nedokáže. Takovému jednotlivci je třeba věnovat speciální pozornost, protože pravděpodobně souměrnost cítí jen velice chabě.

Př. 1: Na fotografii je vystřižená papírová váza. Vyrob si podobnou vázu (potřebuješ pouze papír a nůžky).



Př. 2: Váza vděčí za souměrnost svého tvaru tomu, že jedna její polovina je vzorem a druhá shodným obrazem. Vezmi svou vázu a hledej na váze dvojice bodů, o kterých můžeme tvrdit, že tvoří dvojici vzor-obraz. Jak takové dvojice bodů najdeme? Které body dvojici nemají? Co platí pro každou dvojici bodů vzor-obraz?

Nejsnáze najdeme dvojici bodů vzor-obraz tak, že přeloženou vázu propíchneme kružítkem. Body pak můžeme zvýraznit křížkem.

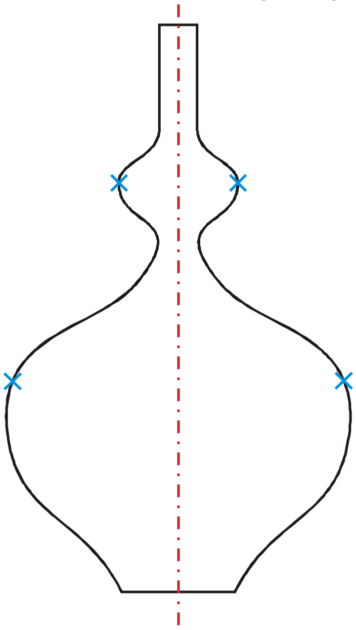
K bodům v místě přeložení nenajdeme dvojici.

Pro každou dvojici vzor-obraz platí, že když je spojíme úsečkou, tato úsečka:

- je kolmá na přeložení,

- její střed leží na přeložení.

Váza vznikla přeložením papíru ⇒
- Body v místě přeložení nemají dvojici (zobrazují se samy na sebe) a tvoří přímku. Tuto přímku označujeme jako **osu souměrnosti**.
- Vztahu mezí vzory a obrazy říkáme **osová souměrnost**.
- Vázu označujeme jako **osově souměrnou**.

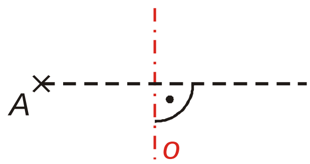


Př. 3: Dokresli na jednu polovinu vázy další bod. Najdi bez překládání rýsováním jeho obraz. Ověř správnost rýsování propíchnutím. Sestav postup pro hledání obrazu bodu v osové souměrnosti.

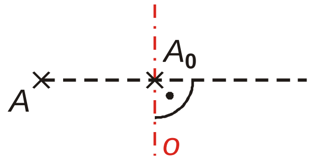
Úsečka mezi bodem a jeho obrazem:
- je vždy kolmá na osu souměrnosti,
- má střed na ose souměrnosti,

⇒ postup pro nalezení obrazu bodu bez překládání.

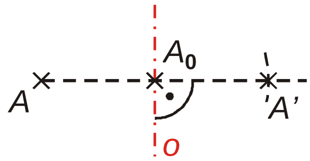
1. Narýsujeme bodem A komici na osu o.



2. Získáme průsečík A_0 kolmice s osou.



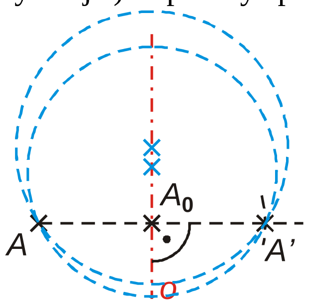
3. Bod A_0 je středem úsečky AA' ("přeneseme vzdálenost AA_0 na druhou stranu").



Pedagogická poznámka: Žáci většinou vynechávají ve svých postupech bod 2 (získání průsečíku) přesto, že ho automaticky používají (proto to nevidím jako problém).

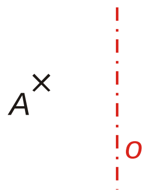
Horší je skutečnost, že část žáků se zaměří pouze na stejnou vzdálenost a jak místo pro střed kružnice, tak bod, který si na ní vyberou, volí „od oka“. Proto po chvíli vyvolávám diskusi u tabule, která se zabývá tím, jak si tyto body vybrat a zda je rozumné nechat výběr na libovůli toho, kdo rýsuje.

Pedagogická poznámka: Uvedený postup je klasický a logicky odvoditelný z poznatků o úsečce AA', žáci však při pokusech s kružítkem objevili i jiný stejně rychlý (spíše rychlejší) a správný způsob, jak obraz bodu získat patrný z obrázku.

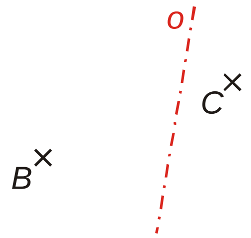


Dvě různé kružnice se středem na ose souměrnosti procházející bodem A se protínají také v bodě A'.

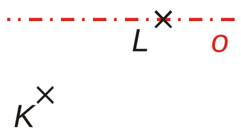
Př. 4: Přerýsuj si podobné obrázky do sešitu a najdi obrazy vyznačených bodů v osové souměrnosti podle osy o.



a)

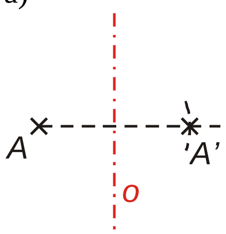


b)

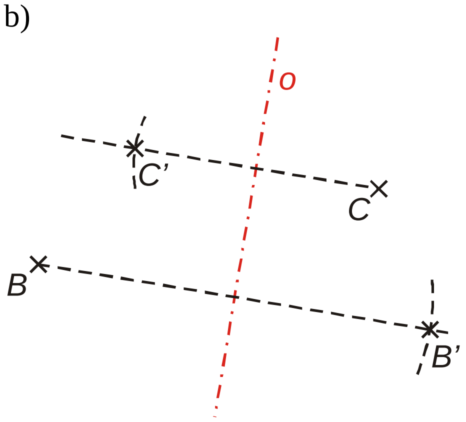


c)

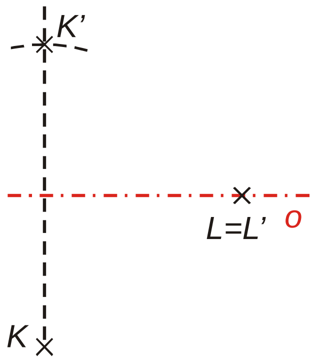
a)



b)



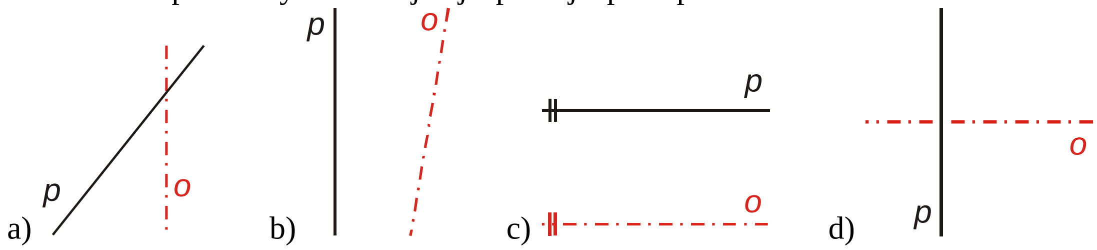
c)



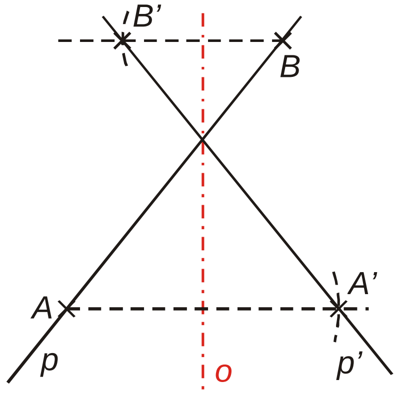
Pedagogická poznámka: Velký pozor je třeba dát v bodě b), kde se určitě objeví žáci, kteří nebudou pomocnou přímku rýsovat kolmo na osu, ale kolmo na vodorovný směr jako v předchozím bodu (osa je nakloněna schválně, právě kvůli odchytání této chyby). Těm, kteří chybu udělají, zakazuji gumování, ale naopak požaduji, aby příklad škrtli a popsali si, jakou chybu udělali.
Druhou nejistou situací je zobrazení bodu L v bodě c). Většina žáků se rozhodne, že obraz bodu L neexistuje a jejich přesvědčení zabere chvilku diskutování.

Bod L se zobrazil sám na sebe, říkáme o něm, že je to **samodružný bod**.

Př. 5: Přerýsuj si podobné obrázky do sešitu a najdi obrazy vyznačených přímek v osové souměrnosti podle osy o. Hledej nejúspornější postup.

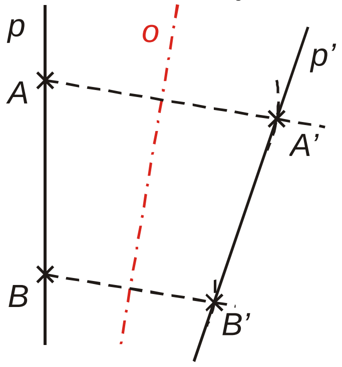


a) Hledáme obraz celé přímky, nemáme vyznačené žádné body. Na narýsování přímky potřebujeme dva body $\Rightarrow$ zvolíme na přímce p dva body, sestrojíme jejich obrazy a spojením obrazů získáme přímku.

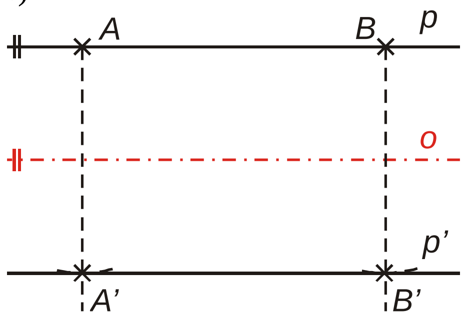


Přímky p a p' se protínají na ose souměrnosti. Proč?
Jasné. Body na ose souměrnosti se zobrazují samy na sebe (jsou samodružné) $\Rightarrow$ bod, ve kterém se přímka p protíná s osou bude ležet také na přímce p' $\Rightarrow$ přímka p' se v něm musí protnout s přímkou p.

b) Nemáme k dispozici průsečík přímky *p* s osou $\Rightarrow$ musíme na přímce *p* zvolit a zobrazit dva libovolné body.

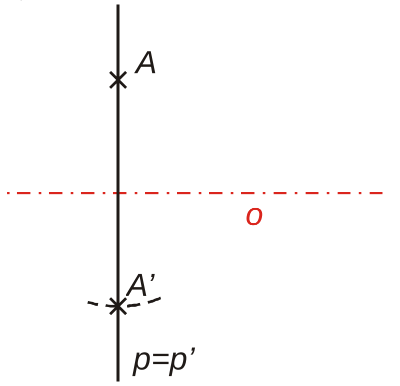


c)



Obrazem přímky *p* rovnoběžné s osou je přímka p' opět rovnoběžná s osou $\Rightarrow$ stačí zobrazit pouze jeden bod na přímce *p* a sestrojit v jeho obraze rovnoběžku.

d)



Kolmice k ose vedená libovolným bodem přímky *p* leží na přímce *p* $\Rightarrow$ obrazy všech bodů přímky leží opět na přímce *p* $\Rightarrow$ obrazem přímky *p* je opět přímka *p*.

Pedagogická poznámka: Žákům, kteří v bodě b) rýsují kolmice na přímku *p* místo osy *o*, říkám v první fázi, aby si pořádně porovnali své obrázky z příkladu 4 s tím, co právě nakreslili. Většinou to stačí.

Shrnutí: Shodnost přeložením nazýváme osová souměrnost. Obrazy bodů můžeme nalézt rýsováním pomocí kolmice na osu a shodné vzdálenosti od osy.